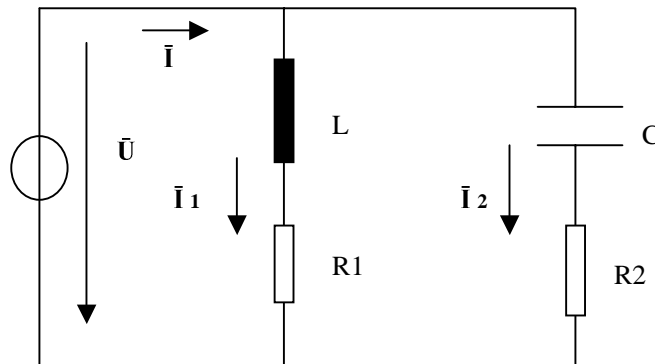


ACCEDE - INGENIERÍA ELÉCTRICA

PROBLEMA N° 2

SITUACIÓN

Un circuito constituido por resistencias, capacidades e inductancias, como el de la figura, es alimentado por una fuente de tensión alterna. Se quiere analizar el régimen estacionario del circuito en condiciones de resonancia de corrientes. Esta resonancia se produce cuando las corrientes reactivas son iguales y opuestas en fase, es decir cuando la susceptancia del circuito es nula.



Figura

INFORMACIÓN A TENER EN CUENTA

Admitancia de una rama con resistencia y reactancia en serie:

$$\vec{Y} = \frac{1}{\vec{Z}} = \frac{1}{R + jX} = \frac{R - jX}{R^2 + X^2} = \frac{R}{Z^2} - j \frac{X}{Z^2} = G - jB$$

Siendo :

La impedancia $\vec{Z} = R + jX$

La reactancia $X = (\omega L - (1 / \omega C))$

La resistencia R

La conductancia G

La susceptancia B

La frecuencia angular $\omega = 2\pi f$

$$j = \sqrt{-1}$$

SUBPROBLEMA 2.1

Calcule la frecuencia de resonancia de corrientes del circuito de la figura cuando $L = 10$ mH, $R_1 = 10 \Omega$, $C = 1 \mu\text{F}$, $R_2 = 1 \Omega$.

RESPUESTA AL SUBPROBLEMA 2.1

Para que el circuito entre en resonancia de corrientes, la susceptancia total de ingreso debe ser nula.

Escribimos la susceptancia de cada rama :

a) Para la rama inductiva:

$$B_1 = \frac{\omega L}{R_1^2 + (\omega L)^2}$$

b) Para la rama capacitiva:

$$B_2 = -\frac{1/\omega C}{R_2^2 + (1/\omega C)^2}$$

La susceptancia de ingreso del circuito en paralelo B_{eq} es la suma de B_1 y B_2 .

Como para resonancia $B_{\text{eq}} = B_1 + B_2 = 0$, entonces:

$$\frac{\omega L}{R_1^2 + (\omega L)^2} - \frac{1/\omega C}{R_2^2 + (1/\omega C)^2} = 0$$

Despejando $\omega = \omega_r$ resulta

$$\begin{aligned} \omega_r &= \frac{1}{\sqrt{LC}} \cdot \sqrt{\frac{(L/C) - R_1^2}{(L/C) - R_2^2}} = \frac{1}{\sqrt{10^{-2} \cdot 10^{-6}}} \cdot \sqrt{\frac{((10^{-2}/10^{-6}) - 100)}{((10^{-2}/10^{-6}) - 1)}} = \\ &= 10^4 \times 0,9950 = 9950 \text{ rad / s} \end{aligned}$$

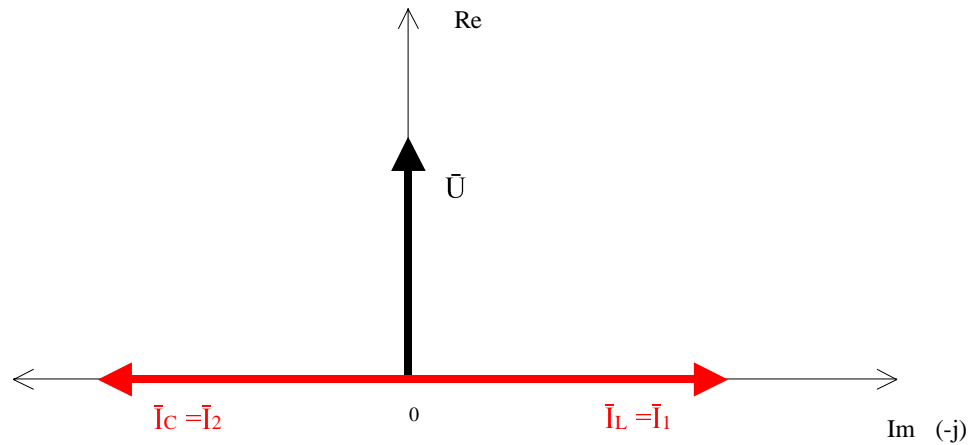
$$f_r = \frac{\omega_r}{2\pi} = 1583,7 \approx 1584 \text{ Hz}$$

SUBPROBLEMA 2.2

Dibuje el diagrama fasorial cualitativo del circuito para resonancia de corrientes cuando $R_1 = R_2 = 0$.

RESPUESTA AL SUBPROBLEMA 2.2

El diagrama fasorial para resonancia de corrientes es:



$$\bar{I}_C + \bar{I}_L = 0$$

Los módulos de las corrientes satisfacen la siguiente relación:

$$I_1 = I_2 \rightarrow I = 0$$

Como $I = 0 \rightarrow$ La impedancia de ingreso $Z = 00$

SUBPROBLEMA 2.3

Indique los valores de R_1 y R_2 del circuito paralelo de la figura para los cuales la frecuencia de resonancia resulta idéntica a la frecuencia de resonancia de un circuito serie (reactancia nula) con idénticos valores de L y C .

RESPUESTA AL SUBPROBLEMA 2.3

La frecuencia angular de resonancia de tensiones de un circuito serie RLC se obtiene cuando las tensiones en la inductancia y en la capacidad son iguales en magnitud y opuestas en fase.

Esta condición se verifica haciendo cero la reactancia, por lo que la frecuencia angular de resonancia de un circuito serie resulta:

$$\omega_{rs} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Para que un circuito paralelo presente igual frecuencia de resonancia que uno serie, se calculan los valores de R que hacen idénticas la frecuencia angulares de resonancia en ambos circuitos.

Existen dos soluciones:

- 1) La solución vana se obtiene para $R_1 = R_2 = 0$

En este caso la susceptancia del circuito paralelo resulta

$$\omega C - \frac{1}{\omega L} = 0$$

Entonces la frecuencia angular de resonancia del circuito paralelo resulta idéntica al de un circuito serie

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

- 2) La solución completa se obtiene comparando las expresiones de las frecuencias angulares de resonancia para ambos tipos de circuitos.

Entonces

$$\omega_{rs} = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_{rp} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \cdot \sqrt{\frac{(L/C) - R_1^2}{(L/C) - R_2^2}}$$

Comparando ambas expresiones de ω_r se deduce que la frecuencia angular es la misma cuando

$$R_1 = R_2 \neq \sqrt{L/C} = 100\Omega$$

Las frecuencias de resonancia son idénticas cuando las resistencias en la rama inductiva y en la capacitiva son iguales entre si pero distintas de 100Ω .

Si ambas resistencias fueran iguales a 100Ω , entonces la frecuencia de resonancia es indeterminada y el circuito presenta una impedancia de entrada real independiente de la frecuencia.