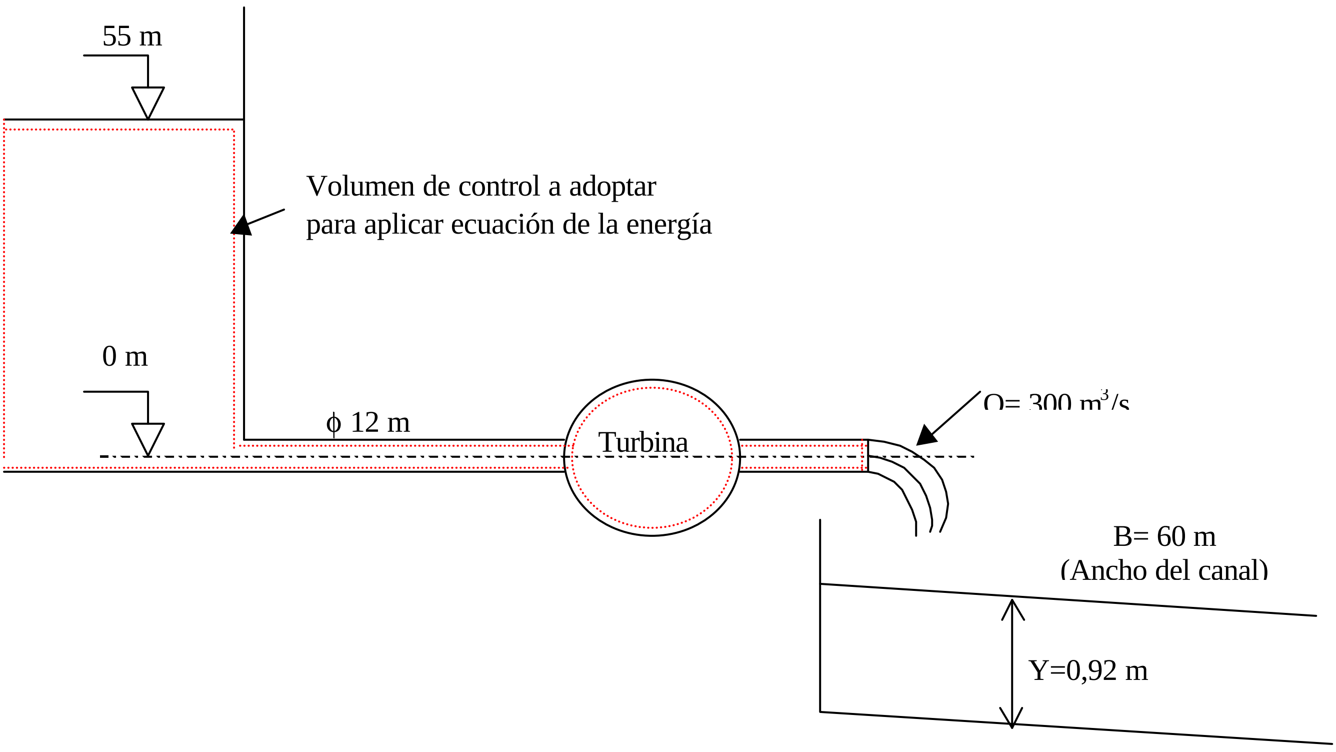
ACCEDE - INGENIERÍA CIVIL

PROBLEMA Nº 4

SITUACIÓN



A la descarga de un embalse se instala una turbina para generar energía. El agua es conducida hasta la misma mediante un conducto circular de 12 metros de diámetro. La descarga de la turbina desagua libremente a la atmósfera y desde allí el agua es conducida por un canal de restitución de 60 metros de ancho y sección rectangular. La pendiente del canal es de 0,5%. El tirante en el canal es de 0,92 metros. El canal está construido con hormigón para el cual resulta un factor de Manning n=0,012. El caudal desaguado es de 300 m^3/s y la diferencia de nivel entre el embalse y la descarga es de 55 metros. La densidad del agua es 1000 kg/m^3 y la viscosidad cinemática (ν)de la misma de 10^{-6} m2/s.

INFORMACIÓN A TENER EN CUENTA

$$\Re = \frac{V \cdot l}{\nu}$$

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{L.g}}$$

$$Q = V \cdot A$$

$$Q = \frac{1}{n} \cdot A \cdot R^{\frac{2}{3}} \cdot S_0^{\frac{1}{2}}$$

$$\dot{Q}_C - \dot{W}_{(eje)} = \frac{\partial}{\partial t} \oiiint_{VC} e.\rho\ .d\forall + \oiint_{SC} \left(u + \frac{1}{2} V^2 + g.h + \frac{p}{\rho} \right) .\rho\ .\left(\vec{V} \bullet d\vec{A} \right)$$

SUBPROBLEMA 4.1

Calcular el Número de Reynolds en el conducto y establecer si el flujo es laminar o turbulento.

RESPUESTA AL SUBPROBLEMA 4.1

Se aplica el Número de Reynolds:

$$\Re = \frac{V \cdot l}{\nu}$$

Donde la longitud carácterística es el Diámetro del conducto y la velocidad se calcula mediante la ecuación de Continuidad:

$$Q = V \cdot A \Rightarrow V = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{\frac{\pi \cdot D^2}{4}} = \frac{300 \frac{m^3}{s}}{\frac{\pi \cdot 12^2 m^2}{4}} = 2{,}65 \frac{m}{s}$$

Con lo cual :

$$\Re = \frac{V \cdot l}{\nu} = \frac{V \cdot D}{\nu} = \frac{2{,}65\frac{m}{s} \cdot 12m}{10^{-6}\frac{m^2}{s}} = 31.800.000$$

Como el número de Reynolds es mucho mayor a 4000 el flujo es turbulento.

SUBPROBLEMA 4.2

Calcular el Número de Froude en el Canal y establecer si el flujo es crítico o subcrítico.

RESPUESTA AL SUBPROBLEMA 4.2

Debemos calcular el Número de Froude:

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{L.g}}$$

Donde la longitud característica es el tirante de la cañería y la velocidad viene dada por el tirante Y del canal:

$$Q = V \cdot A \Rightarrow V = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{Y.B} = \frac{300\frac{m^3}{s}}{0{,}92m \cdot 60m} = 5{,}43\frac{m}{s}$$

Y entonces reemplazando en el Número de Froude:

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{Y.g}} = \frac{5{,}43\frac{m}{s}}{\sqrt{0{,}92m.9{,}81\frac{m}{s^2}}} = 1{,}81$$

Dado que el Número de Froude resulta mayor a la unidad el régimen es supercrítico.

SUBPROBLEMA 4.3

Verificar que para flujo uniforme el tirante en el canal es de 0,92 metros.

RESPUESTA AL SUBPROBLEMA 4.3

Debermos aplicar la Fórmula de Manning y verificar que para los valores de tirante dados se verifica que el caudal es de 300 m^3/s :

$$Q = \frac{1}{n} \cdot A \cdot R^{\frac{2}{3}} \cdot S_0^{\frac{1}{2}}$$

Donde A es el área del canal

$$A = B \cdot Y = 0{,}92m.60m = 55{,}2m^2$$

R es el radio Hidráulico:

$$R = \frac{A}{P} = \frac{B \cdot Y}{B + 2 \cdot Y} = \frac{55{,}2m^2}{60m + 2 \cdot 0{,}92m} = 0{,}8926m$$

Y entonces reemplazando en la ecuación de Manning:

$$Q = \frac{1}{0{,}012} \cdot 55{,}2 \cdot 0{,}8926^{\frac{2}{3}} \cdot 0{,}005^{\frac{1}{2}} = 301{,}54 \frac{m^3}{s}$$

Es decir que verifica el caudal dado.

SUBPROBLEMA 4.4

Calcular la potencia generada por la turbina si se considera que el 5% de la energía potencial se pierde por rozamientos.

RESPUESTA AL SUBPROBLEMA 4.4

Para calcular la Potencia entregada por la turbina aplicamos la Ecuación de la Energía:

$$\dot{Q}_C - \dot{W}(eje) = \frac{\partial}{\partial t} \oiiint_{VC} e.\rho.d\forall + \oiint_{SC} \left(u + \frac{1}{2}V^2 + g.h + \frac{p}{\rho} \right) \rho.(\vec{V} \bullet d\vec{A})$$

Al volumen de Control mostrado en la figura.

Dado que no hay calor intercambiado con el medio $\dot{Q}c = 0$ y como el régimen es permanente el primer término del segundo miembro se anula. Además como el trabajo es realizado por el fluido el término de la potencia es positivo. Con estas hipótesis podemos reducir la ecuación a:

$$-\dot{W}(eje) = \oiint_{SC} \left(u + \frac{1}{2}V^2 + g.h + \frac{p}{\rho} \right) \rho.(\vec{V} \bullet d\vec{A})$$

Por lo tanto deberemos resolver la integral para resolver el problema. Si bien esta integral incluye todas las superficies de control, solo tiene valor no nulo sobre la superficie del embalse y sobre la superficie de descarga de la cañeía, en tanto en el resto de las superficies el vector dA y el vector V son normales. Llamando 1 y 2 a la superficie del embalse y de la descarga de la cañería podemos reescribir la anterior:

$$-\dot{W}(eje) = \iint_1 \left(u + \frac{1}{2}V^2 + g.h + \frac{p}{\rho} \right) \rho.(\vec{V} \bullet d\vec{A}) + \iint_2 \left(u + \frac{1}{2}V^2 + g.h + \frac{p}{\rho} \right) \rho.(\vec{V} \bullet d\vec{A})$$

Teniendo en cuenta que el flujo es incompresible, que los valores de energía interna, velocidad, altura potencial y presión son las mismas para toda la sección y que el producto escalar sobre la sección 1 es negativo mientras que sobre la sección 2 es positivo, podemos reescribir:

$$-\dot{W}(eje) = -\left(u_1 + \frac{1}{2}V_1^{\,2} + g.h_1 + \frac{p_1}{\rho}\right)\rho \cdot \iint_1 .\left(\vec{V} \bullet d\vec{A}\right) + \left(u_2 + \frac{1}{2}V_2^{\,2} + g.h_2 + \frac{p_2}{\rho}\right)\rho \cdot \iint_2 .\left(\vec{V} \bullet d\vec{A}\right)$$

Donde las integrales son el caudal Q y como la velocidad en la sección 1 es cero y las presiones en 1 y 2 son la atmosférica, nos queda (eliminando el signo negativo de la potencia:

$$\dot{W}(eje) = (u_1 + g.h_1).\rho \cdot Q - \left(u_2 + \frac{1}{2}V_2^{\,2} + g.h_2\right)\rho \cdot Q$$

$$\dot{W}(eje) = \rho \cdot Q\left[u_1 - u_2 + g.(h_1 - h_2) - \frac{1}{2}V_2^{\,2}\right].$$

La diferencia u_2-u_1 entre las energías internas del fluido son númericamente iguales a las pérdida mecánica que se produce en el sistema, es decir que u_2-u_1=0,05.g.(h1-h2) (Por ser dato o hipótesis del enunciado) , y por lo tanto u_1-u_2=-0,05.g.(h_1-h_2). La diferencia de alturas h_1-h_2 son dato (55 m) y la velocidad V2 es la velocidad en la cañería ya calculada. Por lo tanto reemplazando:

$$\dot{W}(eje) = 1000\frac{kg}{m^3} \cdot 300\frac{m^3}{s}\left[0{,}95 \cdot 9{,}8\frac{m}{s^2} \cdot 55m - \frac{1}{2}2{,}65^2\,m^2\right]. = 152.561.625w = 152{,}6Mw$$