

## ACCEDE - INGENIERÍA AERONÁUTICA

### PROBLEMA N° 3

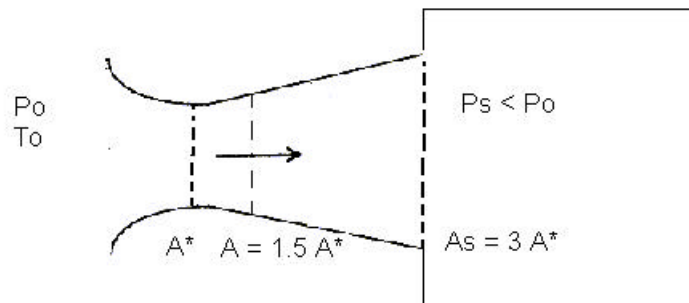
#### SITUACIÓN

Una cámara de vacío aspira aire de la atmósfera a través de una tobera convergente-divergente, como se muestra en la figura 1. El área de descarga de la tobera a la cámara,  $A_s$ , es tres veces el área de la garganta,  $A^*$ . La presión en la cámara es  $P_s$ . Considerar flujo isoentrópico (adiabático reversible), excepto en ondas de choque. El subíndice “o” indica condiciones de remanso (la atmósfera en este caso). El superíndice “\*” indica condiciones sónicas alcanzadas en forma adiabática reversible (isoentrópica).  $A^*$  es el área de la garganta.

La figura 2 muestra la evolución isoentrópica de las propiedades del aire, y la figura 3, los cambios en las mismas al atravesar una onda de choque normal.

Al atravesar el aire una onda de choque, se cumple la relación  $P_{o1} A_1^* = P_{o2} A_2^*$ .

FIGURA 1:



**FIGURA 2:**

**TABLE 7-A** Property variations for isentropic flow of air ( $\gamma = 1.4$ )

Subsonic					
$M_1$	$A/A^*$	$P/P_0$	$\rho/\rho_0$	$T/T_0$	$V/V^*$
0.00	$\infty$	1.000	1.000	1.000	0.000
0.05	11.591	0.998	0.999	1.000	0.055
0.10	5.822	0.993	0.995	0.998	0.109
0.15	3.910	0.984	0.989	0.996	0.164
0.20	2.964	0.972	0.980	0.992	0.218
0.25	2.403	0.957	0.969	0.988	0.272
0.30	2.035	0.939	0.956	0.982	0.326
0.35	1.778	0.919	0.941	0.976	0.379
0.40	1.590	0.896	0.924	0.969	0.431
0.45	1.449	0.870	0.906	0.961	0.483
0.50	1.340	0.843	0.885	0.952	0.535
0.55	1.255	0.814	0.863	0.943	0.585
0.60	1.188	0.784	0.840	0.933	0.635
0.65	1.136	0.753	0.816	0.922	0.684
0.70	1.094	0.721	0.792	0.911	0.732
0.75	1.062	0.689	0.766	0.899	0.779
0.80	1.038	0.656	0.740	0.887	0.825
0.85	1.021	0.624	0.714	0.874	0.870
0.90	1.009	0.591	0.687	0.861	0.915
0.95	1.002	0.559	0.660	0.847	0.958

FIGURA 2 (cont.)

Supersonic						
$M_1$	$A/A^*$	$\rho/\rho_0$	$\rho/\rho_0$	$T/T_0$	$V/V^*$	$\nu(\text{deg.})$
1.00	1.000	0.528	0.634	0.833	1.000	
1.05	1.002	0.498	0.608	0.819	1.041	0.487
1.10	1.008	0.468	0.582	0.805	1.081	1.336
1.15	1.017	0.440	0.556	0.791	1.120	2.381
1.20	1.030	0.412	0.531	0.776	1.158	3.558
1.25	1.047	0.386	0.507	0.762	1.195	4.830
1.30	1.066	0.361	0.483	0.747	1.231	6.170
1.35	1.089	0.337	0.460	0.733	1.266	7.561
1.40	1.115	0.314	0.437	0.718	1.300	8.987
1.45	1.144	0.293	0.416	0.704	1.333	10.438
1.50	1.176	0.272	0.395	0.690	1.365	11.905
1.55	1.212	0.253	0.375	0.675	1.395	13.381
1.60	1.250	0.235	0.356	0.661	1.425	14.860
1.65	1.292	0.218	0.337	0.647	1.454	16.338
1.70	1.338	0.203	0.320	0.634	1.482	17.810
1.75	1.386	0.188	0.303	0.620	1.510	19.273
1.80	1.439	0.174	0.287	0.607	1.536	20.725
1.85	1.495	0.161	0.272	0.594	1.561	22.163
1.90	1.555	0.149	0.257	0.581	1.586	23.586
1.95	1.619	0.138	0.243	0.568	1.610	24.992
2.00	1.687	0.128	0.230	0.556	1.633	26.380
2.05	1.760	0.118	0.218	0.543	1.655	27.748
2.10	1.837	0.109	0.206	0.531	1.677	29.097
2.15	1.919	0.101	0.195	0.520	1.698	30.425
2.20	2.005	0.094	0.184	0.508	1.718	31.732
2.25	2.096	0.086	0.174	0.497	1.737	33.018
2.30	2.193	0.080	0.165	0.486	1.756	34.283
2.35	2.295	0.074	0.156	0.475	1.775	35.525
2.40	2.403	0.068	0.147	0.465	1.792	36.747
2.45	2.517	0.063	0.139	0.454	1.809	37.946
2.50	2.637	0.059	0.132	0.444	1.826	39.124
2.55	2.763	0.054	0.125	0.435	1.842	40.280
2.60	2.896	0.050	0.118	0.425	1.857	41.415
2.65	3.036	0.046	0.112	0.416	1.872	42.528
2.70	3.183	0.043	0.106	0.407	1.887	43.621
2.75	3.338	0.040	0.100	0.398	1.901	44.694
2.80	3.500	0.037	0.095	0.389	1.914	45.746
2.85	3.671	0.034	0.090	0.381	1.927	46.778
2.90	3.850	0.032	0.085	0.373	1.940	47.790
2.95	4.038	0.029	0.080	0.365	1.952	48.783
3.00	4.235	0.027	0.076	0.357	1.964	49.757
3.50	6.790	0.013	0.045	0.290	2.064	58.530
4.00	10.719	0.007	0.028	0.238	2.138	65.785
4.50	16.562	0.003	0.017	0.198	2.194	71.832
5.00	25.000	0.002	0.011	0.167	2.236	76.920
5.50	36.869	0.001	0.008	0.142	2.269	81.245
6.00	53.180	0.001	0.005	0.122	2.295	84.955
6.50	75.134	0.000	0.004	0.106	2.316	88.168
7.00	104.143	0.000	0.003	0.093	2.333	90.973
7.50	141.842	0.000	0.002	0.082	2.347	93.440
8.00	190.110	0.000	0.001	0.072	2.359	95.625
8.50	251.086	0.000	0.001	0.065	2.369	97.572

FIGURA 3

**TABLE 6-A** Property variations across a normal shock wave in air ( $\gamma = 1.4$ )

$M_1$	$M_2$	$P_2/P_1$	$T_2/T_1$	$\rho_2/\rho_1$	$P_{02}/P_{01}$
1.00	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
1.05	0.953	1.120	1.033	1.084	1.000
1.10	0.912	1.245	1.065	1.169	0.999
1.15	0.875	1.376	1.097	1.256	0.997
1.20	0.842	1.513	1.128	1.342	0.993
1.25	0.813	1.656	1.159	1.429	0.987
1.30	0.786	1.805	1.191	1.516	0.979
1.35	0.762	1.960	1.223	1.603	0.970
1.40	0.740	2.120	1.255	1.690	0.958
1.45	0.720	2.286	1.287	1.776	0.945
1.50	0.701	2.458	1.320	1.862	0.930
1.55	0.684	2.636	1.354	1.947	0.913
1.60	0.668	2.820	1.388	2.032	0.895
1.65	0.654	3.010	1.423	2.115	0.876
1.70	0.641	3.205	1.458	2.198	0.856
1.75	0.628	3.406	1.495	2.279	0.835
1.80	0.617	3.613	1.532	2.359	0.813
1.85	0.606	3.826	1.569	2.438	0.790
1.90	0.596	4.045	1.608	2.516	0.767
1.95	0.586	4.270	1.647	2.592	0.744
2.00	0.577	4.500	1.687	2.667	0.721
2.05	0.569	4.736	1.729	2.740	0.698
2.10	0.561	4.978	1.770	2.812	0.674
2.15	0.554	5.226	1.813	2.882	0.651
2.20	0.547	5.480	1.857	2.951	0.628
2.25	0.541	5.740	1.901	3.019	0.606
2.30	0.534	6.005	1.947	3.085	0.583
2.35	0.529	6.276	1.993	3.149	0.561
2.40	0.523	6.553	2.040	3.212	0.540
2.45	0.518	6.836	2.088	3.273	0.519

### SUBPROBLEMA 3.1

Calcular la máxima presión de descarga  $P_s$  que produce flujo sónico en la garganta. Justifique

#### RESPUESTA AL SUBPROBLEMA 3.1

Al bajar la presión en la cámara de vacío, desde un valor inicial igual a  $P$  atmosférica, el caudal que circula por la garganta aumenta hasta alcanzar su valor límite cuando el número de Mach en la garganta es 1 (choqueo o bloqueo de la garganta). En estas condiciones, todo el flujo es subsónico, salvo en el punto de mínima área, donde es exactamente sónico. En la región convergente aumenta la velocidad y disminuye la presión, y en la sección divergente ocurre lo contrario. Si el flujo es isoentrópico,  $P_0$  y  $A^*$  son constantes.

Sabiendo que el flujo de descarga es subsónico, y considerándolo, por hipótesis, isoentrópico, se consulta la figura 2, en la región de flujo subsónico, para una relación área de salida/área de garganta  $A/A^* = 3$  y se obtiene, interpolando convenientemente,  $M = 0.195$  y  $P/P_0 = 0.973$ .

Por lo tanto, si  $P_0 = 1$  at, la máxima presión de descarga que bloquea la garganta es

$$P_s = 0.973 \text{ at (abs)} = 98589 \text{ Pa}$$

### SUBPROBLEMA 3.2

Calcular la presión de descarga  $P_s$  que produce una onda de choque normal en la sección con  $A = 1.5 A^*$

#### RESPUESTA AL SUBPROBLEMA 3.2

Se produce una onda de choque normal en  $A/A^* = 1.5$ . El flujo es isoentrópico hasta la onda de choque, y después de la misma, pero no a través de la misma. Buscamos los valores de  $M_1$  y  $P_1$  justo antes de la onda. Según la tabla de flujo isoentrópico, para  $A/A^* = 1.5$ :

$$M_1 = 1.855 \quad \text{y} \quad P_1/P_0 = 0.160$$

Por lo tanto,  $P_1 = 0.16$  at. La presión de remanso es  $P_{01} = 1$  at.

Los cambios de  $M$ ,  $P$  y  $P_0$  se obtienen por la tabla de onda de choque normal (fig. 3).

Para  $M_1 = 1.855$  se obtiene:

$$M_2 = 0.605 \quad P_2/P_1 = 3.828 \quad \text{y} \quad P_{02}/P_{01} = 0.788$$

$$\text{Por lo tanto, } P_2 = 3.828 P_1 = 3.828 * 0.16 \text{ at} \quad \rightarrow \quad P_2 = 0.6125 \text{ at.}$$

$$P_{02} = 0.788 P_{01} = 0.788 * 1 \text{ at} \quad \rightarrow \quad P_{02} = 0.788 \text{ at}$$

Por la relación  $P_0 A^* = \text{constante}$ , ahora el valor de  $A_2^*$  es

$$A_2^* = \frac{P_{01}}{P_{02}} A_1^* = \frac{1}{0.788} A_1^* = 1.269 A_1^*$$

Para conocer la presión de descarga a la salida, evaluamos la relación  $A_s / A_2^*$

$$\frac{A_s}{A_2^*} = \frac{A_s / A_1^*}{A_2^* / A_1^*} = \frac{3}{1.269} = 2.3641$$

con esta relación, y sabiendo que el flujo subsónico detrás de la onda de choque es desacelerado en la sección divergente, buscamos en la tabla de flujo isoentrópico, rama subsónica y obtenemos:

$$M_s = 0.255 \quad \text{y} \quad P_s / P_o = 0.955 \quad \rightarrow \quad P_s = 0.955 P_{o2} = 0.955 * 0.788 \text{ at} \quad \rightarrow$$

$$P_s = 0.7525 \text{ at (abs)} = 76250 \text{ Pa}$$

Observación: Otra forma de llegar a la solución puede ser:

Para  $M_2 = 0.605$  (detrás de la onda) se obtiene de la tabla de flujo isoentrópico  $\frac{A}{A_2^*} = 1.183$ .

Como  $A = 1.5 A_1^*$ , se despeja  $A_2^* = 1.5 A_1^* / 1.183 = 1.269 A_1^*$ . Luego se evalúa la relación  $A_s / A_2^*$  igual que antes, y se llega al mismo resultado.

### **SUBPROBLEMA 3.3**

Calcular la presión de descarga de flujo isoentrópico supersónico en toda la sección divergente de la tobera. Justifique.

### **RESPUESTA AL SUBPROBLEMA 3.3**

Si el flujo es supersónico en toda la tobera, a la relación  $A/A^* = 3$  para flujo supersónico, le corresponden (figura 2, cont.)  $M = 2.65$  y  $P/P_o = 0.046$ , por lo tanto, la presión de descarga es

$$P_s = 0.046 \text{ at (abs)} = 4660 \text{ Pa}$$

ya que para flujo isoentrópico,  $P_o$  es constante.

Observación: La presión en la cámara de vacío puede ser todavía inferior a este valor, produciendo una expansión más allá de la sección de descarga, o algo superior (sin llegar a generar una onda de choque en el conducto), produciendo más allá una compresión isoentrópica (sin choque), y en ambos casos se cumple la premisa del problema, flujo isoentrópico supersónico en toda la sección divergente.